

Cher Monsieur,

Excusez-moi d'avoir mis si longtemps à réagir à votre longue et sympathique lettre (du 25 mai), ayant été très accaparé par des tâches et préoccupations extra-scientifiques. Cela n'a pas empêché que j'ai été sensible au souffle d'un enthousiasme et à la faculté d'émerveillement qui transparait derrière les explications \pm techniques. Je dois vous avouer que vu ma très grande ignorance en physique, ces explications m'ont passé totalement par dessus la tête. Aussi j'ai bien peur que ma réponse vous laissera sur votre faim. Visiblement, il faut des yeux totalement neufs, et un flair consommé pour l'"invention" (en fait, la découverte) de structures mathématiques (au service d'intuitions à la fois physiques et philosophiques) pour dégager les notions de base et forger les outils conceptuels d'une physique nouvelle. Avez-vous ces grands dons, et la foi en votre "voix intérieure", pour démarrer à neuf, à contre-courant de toutes les idées reçues, pour une œuvre de rénovation plus radicale encore, peut-être, que celles qui furent accomplies par Einstein et par Schrödinger? Avez-vous le courage pour faire un tel pari – voilà la question! Sans autre guide que votre bon sens d'enfant, et votre flair, pour un long voyage sans perspective de compagnons de route... Pour que je puisse être d'un réel secours pour un tel voyage dans l'inconnu, il y faudrait d'une part un investissement que je ne suis plus disposé à fournir – ne serait-ce que pour me mettre au courant dans les grandes lignes au moins des bases conceptuelles de la physique théorique actuelle, de ses cohérences et de ses incohérences. Malheureusement, je ne connais non plus aucun mathématicien que me paraîtrait apte au rôle de coéquipier dans un tandem physico-mathématique pour le genre de travail qu'il y aurait à faire (et auquel j'ai rêvé plus d'une fois!)

Il est vrai qu'au cours des dix dernières années, j'ai réfléchi ici et là à diverses extensions de la notion d'espace, en gardant à l'esprit la remarque pénétrante de Riemann. J'en parle dans quelques lettres à des amis physiciens ou "relativistes". Il ne doit pas être très difficile p. ex. de développer une sorte de calcul différentiel sur des "variétés" qui seraient des ensembles finis (mais à cardinal "très grand"), ou plus généralement discrets, visualisés comme formant une sorte de "réseau" très serré de points dans une variété C^∞ (p. ex. une variété riemannienne) – une sorte de géométrie différentielle "floue", où toutes les notions numériques sont définies seulement "à ϵ près", pour un ordre d'approximation ϵ donné. Comme prédit par Riemann, une telle géométrie différentielle floue, par la force des choses, serait nettement plus délicate et compliquée que la géométrie différentielle ordinaire. Mais peut-être pas *tellement* plus compliquée! Dans cette approche, le point faible à présent, c'est qu'il ne semble pas que la physique nous fournisse quelque idée de "quanta" d'espace-temps, qui seraient les "points" d'une telle variété discrète. (Il est vrai que lorsque fut formulée et progressivement admise au siècle dernier, "l'hypothèse atomiste", on n'en savait guère plus sur ces fameux atomes que qu'ils pourraient peut-être exister...) Je suspecte que les nouvelles structures à dégager seront beaucoup plus subtiles qu'un simple paraphrase de modèles continus connus en termes discrets*. *Et surtout, qu'avant toute tentative de dégager des nouveaux modèles, présumés meilleurs que les anciens, il s'impose de poursuivre une réflexion philosophico-mathématique très servie sur la notion même de "modèle mathématique" de quelque aspect de la réalité – sur son rôle, son utilité, et ses limites.*

Je crains que je ne puisse guère vous en dire plus que ces commentaires généraux. S'ils pouvaient pourtant vous être utiles de quelque façon – ne serait-ce que pour vous encourager dans votre aventure solitaire – j'en serais très heureux. Avec mes meilleurs souhaits

Alexandre Grothendieck

* Il n'est pas exclu pourtant que ce qui pouvait sembler initialement un simple exercice de "paraphrase" de notions bien connues dans un contexte conceptuel nouveau, amène, par la logique intérieure de la recherche, à des concepts totalement nouveaux et inattendus. (C'est là une chose qui n'est pas rare dans le travail de découverte des structures mathématiques.) Il faut des années de tâtonnement, sans doute, avant que des intuitions éparses finissent par s'assembler en une vision d'ensemble