VERS UNE GÉOMÉTRIE DES FORMES

A. GROTHENDIECK

Vers une Géométrie des Formes

Cote $n°$ 156-1 — 156-9

Ce texte a été déchiffré et transcrit par Mateo Carmona

https://agrothendieck.github.io/

TABLE DE MATIÈRES

§ I. — VERS UNE GÉOMÉTRIE DES FORMES (TOPOLOGIQUES)

[Apprendre] vers une construction récouvrante (sur l'action naturelles) d'une "géométrie des formes de dimension $\leq n$".

Une "forme de dim 0" soit pour définition [] dont les éléments sont appelés les "lieux" de la forme.

Modèle de dimension 1. — Une tel modèle

[]

1) Deux ensembles de [] L_α (ensemble des *lieux* de modèles) et S (ensemble des *segments* des modèle)

2) Une application $S \longrightarrow \mathfrak{P}(L)$, $I \longrightarrow \widetilde{I}$ (lieux sur un segment) - i.e. une relation entre S et L.

3) Une application $S \longrightarrow \mathfrak{P}_2(L)$ []

N.B. J'ignore s'il faut supposer que I est connu, quand on connaît

Modèle d'une forme 1-dimensionnelle

L ensemble de "lieux"
S ensemble de "segments"

§ II. — RÉALISATIONS TOPOLOGIQUES DES RÉSEAUX

1. — [] topologique

Soit X un espace topologique, $A \subset X$ partie fermée non vide de X. $X_{/A}$ l'espace déduit de X en [] A en un point, a le point déduit de A par []. Si X' est une partie de X contenant A, alors $X'_{/A} \hookrightarrow X_{/A}$ identifié $X'_{/A}$ à un sous-espace topologique de X.

Les fermées de $X'_{/A}$ s'identifient aux fermées de X' qui on bien contient A

§ III. — RÉSEAUX VIA DÉCOUPAGES

Je voudrais définir une [] axiomatique a structure [] réseaux sur un [] L ([] de "lieux").

[]

Exemple 2 Soit L un ensemble ordonnée, on suppose L filtrant croissante, filtrant décroissant, sans plus grand [] plus petit élément, localement filtrant croissante et filtrant décroissante divisible.

On appellera un tel ensemble une *[] ordonnée*.

§ IV. — ANALYSIS SITUS
(première mouture)

§ V. — ALGÈBRE DES FIGURES

§ VI. — ANALYSIS SITUS
(deuxième mouture)

Avant de décrire ce qu'est une [], je vais décrire ce qui sera [] avec notion de multistrates" - la famille des multistrates choisies jouant un peu le rôle des une famille d'ouverts [] donc une topologie, ou une famille génératrice d'éléments d'un topos. Je vais donc commencer pas

I. "Algèbre des figures" ou "Ateliers".

1. — Une *algèbre des figures* implique avant tout trois types d'objets, les *lieux*, les *multistrates*, les *figures*, formant trois ensembles

$$L, M, F \tag{1.1}$$

liées entre eux par diverses applications, et [] muni de diverses structures. Ainsi, on a des applications canoniques invectives

$$L \xhookrightarrow{b)} M \xhookrightarrow{a)} F \tag{1.2}$$

que nous utiliserons souvent pour identifier un lieu à une multistrate particulière, et une multistrate à une figure particulière ou L à une sous-ensemble de M, M à un sous-ensemble de F.

Il y a d'autre part deux entre paires d'applications, que voici :

(1.3) []

où $\mathrm{Fig}(M)$ désigne la partie de $\mathfrak{P}(\mathfrak{P}(M))$ formée des figures ensemblistes dans M. On peut considérer que le première application correspond à une relation entre M et F, appelée relation d'incidence. Pour une figure F, $\widetilde{T}$ s'appelle l'ensemble des *multistrates incidentes*, ou le *déploiement* de la figure F. Si $X \in M$, $F \in \widetilde{F}$, on dire que le multistrate X est *incidente* à la figure F ou encore que c'est une *strate de la figure* F, si $X \in \widetilde{F}$. D'autre part, tout élément X de M (i.e. toute multistrate), [] comme une figure par (1.2), admet un déploiement $\widetilde{X}$, et on pose

(1.4) $$[]$$

et il résultera des axiomes que c'est une figure ensembliste des M, [] fidèlement par l'un $\widetilde{F}$ des strates de F.

En fait, M sera muni d'une relation d'ordre $\leq$, [] plus bas, et $\widetilde{F} \subset M$ sera une partie fermée de M, et pour tout $X \in \widetilde{F}$, on aura

(1.5) $$\widetilde{X} = \{Y \in M \mid Y \leq X\}$$

À cause de cette interpolation, la passage de $\widetilde{F} \subset M$ à $\mathrm{Fig}_M(F)$ est à tout [], que cette figure ensembliste des M un semble revenant important - mais à voir...

§ VII. — ANALYSIS SITUS
(troisième mouture)

§ VIII. — ANALYSIS SITUS
(quatrième mouture)